

Modeling the Fabrication of Hollow Fibers: Capillary Drawing

Реферат - Разработан метод для моделирования изготовления в малом масштабе полых стеклянных капилляров. Модель основана на асимптотическом анализе уравнений Навье-Стокса, который приводит к простой замкнутой форме решения этой проблемы. Мы демонстрируем справедливость этого подхода, используя экспериментальные данные и используем его, чтобы делать предсказания для диапазона режимов, представляющих интерес для развития технологии микроструктурных оптических волокон.

1. ВВЕДЕНИЕ.

В последние несколько лет появился важный новый класс оптических волокон - дырчатые или микроструктурные волокна. Поперечный профиль микроструктурного волокна содержит массив воздушных отверстий, которые тянутся по всей его длине. Дырчатое или микроструктурное волокно ведет свет из-за эффективной разности показателя преломления между жилой и оболочкой, которая является переплетением воздушных отверстий. Эти волокна могут быть сделаны от единого материала, обычно - чистый кварц; 2 примера показаны на рис. 1. Эффективный контраст показателя преломления может быть сильной функцией длины волны света, ведомого волокном. Это особенно очевидно, когда масштаб структуры является мелким, и приводит к множеству очень необычных и конструируемых оптических свойств [1] - [4]. Например, дырчатые волокна с малыми отверстиями могут быть бесконечно одномодовыми, независимо от длины волны [1]. В зависимости от конфигурации оболочки, такие волокна могут иметь значения площади моды, изменяющиеся более чем на 3 порядка величины, и могут проявлять аномальную дисперсию всюду по видимому спектру.

Присутствие воздушных отверстий в таких микроструктурных волокнах открывает обширный диапазон новых потенциальных приложений. Они простираются от малой площади моды сильно нелинейных волокон для новых нелинейных устройств [4] до волокон с большой площадью моды для передачи мощности [5], [3]. Различные структуры оболочки могут также позволить компенсацию дисперсии [6] или сглаживаемую дисперсию в WDM-системах передачи данных [7], [8]. Кроме того, присутствие воздушных отверстий можно непосредственно использовать для приложений считывания затухающих полей [2].

Другой тип микроструктурного оптического волокна - волокно с фотонной запрещенной зоной. Эти волокна ведут свет, используя фотонные запрещенные зоны, которые могут возникать в периодической структуре [9]. Другой пример микроструктурного волокна - стекловолокно ведущее атомы [10]. В этом последнем примере, металлические электроды вставлены в четыре отверстия в волокне, и пропуская ток по этим проводам, может быть установлен магнитный потенциал, который действует таким образом, что ведет атомы к другому отверстию в центре волокна.

Микроструктурные волокна производят, вытягивая макроскопическую преформу (обычно до несколько сантиметров в диаметре) в волокно (обычно 125мкм в диаметре), используя обычную башню для вытяжки волокон. Эти преформы могут быть изготовлены разнообразным путем, 2 самых обычных подхода опишем кратко здесь. Один метод включает собранные в пучок маленькие капилляры вокруг твердого стержня, который, в конечном счете, формирует волоконную жилу. Этот подход обычно предпочтительнее, когда большие воздушные отверстия требуются в конечной волоконной структуре. Альтернативно, необходимое расположение отверстий можно просверлить непосредственно в твердой стеклянной заготовке. Это работает хорошо, когда требуются лишь несколько хорошо разделенных отверстий, например, в случае ведущих атомы волокон.

Независимо от метода, используемого для производства преформы, геометрия конечного волокна может быть значительно изменена, управляя параметрами, используемыми в

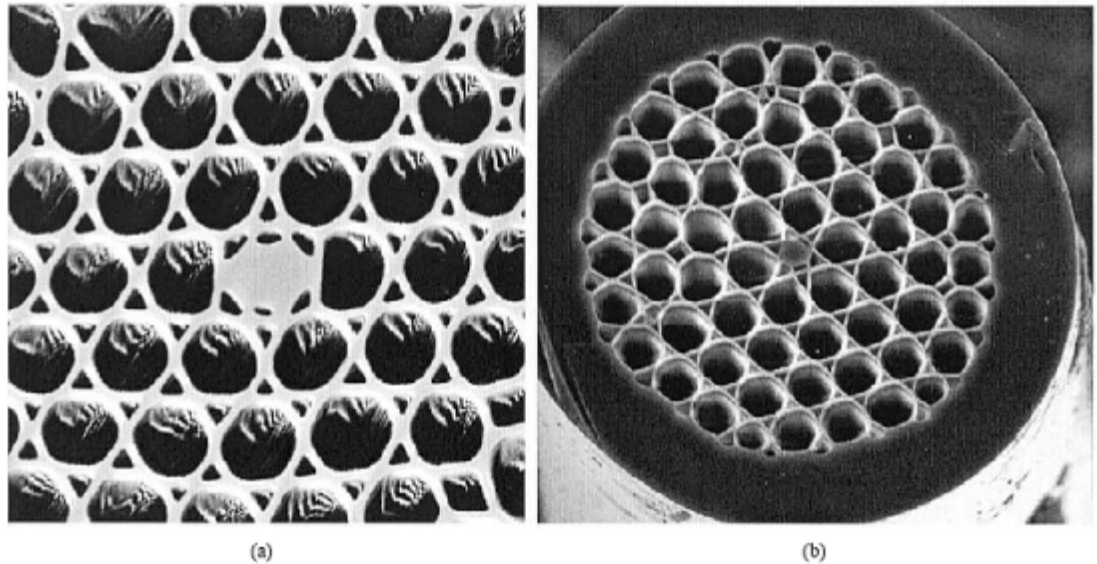


Fig. 1. Two typical silica holey fibers. The fibers on the left and right have core diameters of approximately $2.5 \mu\text{m}$ and $5 \mu\text{m}$, respectively.

процессе вытяжки, то есть, температурой печи, скоростью, с которой преформа подается в печь, и скоростью вытяжки. Например, когда высокие температуры или низкие скорости вытяжки используются, тогда воздушные отверстия в оболочке уменьшаются в размере и могут даже закрыться полностью из-за эффектов поверхностного натяжения. Часто желательно использовать в своих интересах этот процесс схлопывания, чтобы настроить конечный размер малых воздушных отверстий в получающейся в процессе изготовления структуре. Т.о., целый диапазон волокон с существенно различными оптическими свойствами может быть реализован из одной единственной преформы. На другом пределе большие отверстия надо получить для сильного удерживания моды или для фотонных запрещенных зон и тогда желательно избежать любого схлопывания воздушных отверстий.

Теоретические прогнозирующие исследования волоконной вытяжки вышли, главным образом, из теории, которая уже была разработана для текстильной промышленности при моделировании наматывания литых нитей [11] - [14]. Эта общая методология была затем приспособлена к вытяжке оптических волокон. Много литературы касается моделей вытяжки волокон, которые связаны с очень малыми возмущениями в стационарных однонаправленных пространственных потоках. Различные исследования учитывали дополнительные эффекты теплопередачи [15], поверхностного натяжения [16], слабой неустойчивости [12] и инерции [13]. Эффекты сил тяжести и инерции были включены в общую теорию вязких волокон произвольного поперечного сечения [17]. Хрупкость волокон также рассматривали. В [18] Dewunne и др. предложили асимптотическую модель вытяжки волокна, которая была подобна [16], но показала, что если начальные условия не обладают определенными особенностями, то поперечное сечение не может исчезать за ограниченное время.

Ряд чисто расчетных исследований вытяжки оптических волокон был также предпринят (см., например [19], [20], и [21]). Неизвестно, однако, что какая-нибудь детализированная теория была уже предложена для волокон, которые имеют поперечное сечение, содержащее отверстия. Вытяжка тонкостенных вязких капилляров была смоделирована в [22] и [23] (см. также [24]), и [25], где сделаны некоторые основные оценки прочности полых стеклянных волокон для использования в упрочненных пластиках. Поскольку оптические свойства микроструктурного стекловолокна зависят критически от размеров и местоположений отверстий в оболочке, важно уметь предсказать, как параметры изготовления влияют на конечное поперечное сечение волокна. Чтобы достичь этого, мы развиваем теоретическую схему для исследования вытяжки стеклянных капилляров. Наш анализ использует длинную тонкую геометрию области вытягивания и может быть применен к капиллярам произвольных размеров. Изготовление капилляров - важный эле-

мент изготовления микроструктурных волокон, и, следовательно, установленная теоретическая схема формирует основу для моделирования изготовления более сложных структур.

II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Чтобы разработать математическую модель для процесса вытяжки капилляра, которая способна включить эффекты типа поверхностного натяжения, переменной вязкости, и внутреннего давления в отверстиях, мы начинаем с уравнений Навье-Стокса (см., например [21]) для несжимаемой жидкости:

$$r(u_t + uu_x + wu_r) = -p_x + \frac{1}{r}(mru_r)_r + (2mu_x)_x + \frac{1}{r}(mrw_x)_r + rg \quad (1)$$

$$r(w_t + uw_x + ww_r) = -p_r + m\left(\frac{1}{r}(rw)_r\right)_r + (mw_x)_x + m_x u_r + 2m_r w_r \quad (2)$$

$$u_x + \frac{1}{r}(rw)_r = 0 \quad (3)$$

В ур. (1) - (3), производные обозначены индексами снизу, x - расстояние вдоль оси капилляра, и r - расстояние по нормали к оси. Поток и геометрия, как предполагается, являются осесимметричными, и, поэтому, независимы от азимутального угла q . Скорость \dot{q} расплава стекла обозначена $\dot{q} = ue_x + we_r$, где e_x и e_r - единичные векторы в x и r направлениях, соответственно. Схематическая диаграмма геометрии вытяжки капилляра показана на рис. 2.

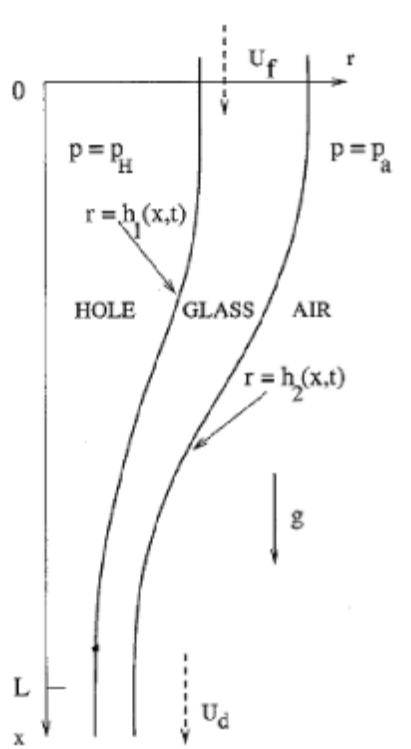


Fig. 2. Schematic diagram and nomenclature for capillary.

Плотность стекла обозначена r . Поскольку плотность стекла, как известно, лишь слабо зависит от температуры, предполагалась несжимаемость стекла, и мы использовали одну плотность стекла повсюду. Давление обозначено p , g - ускорение свободного падения, а динамическая вязкость и поверхностное натяжение обозначены m и g , соответственно. Для простоты, мы предполагаем, что температура печи T известна, хотя это может зависеть от x , и что толщина волокна означает, что температура (и, т.о., вязкость) однородна по поперечному сечению капилляра. Если дело обстоит не так, то анализ может быть расширен, чтобы принять во внимание температурные изменения довольно очевидным

способом; мы не делаем этого здесь. Мы также пренебрегаем температурным изменением как r , так и g , потому что обычно это очень слабые эффекты (см., например, [26]).

Мы теперь предполагаем, что внутренние и внешние радиусы капилляра обозначены $r = h_1(x, t)$ и $r = h_2(x, t)$, соответственно. Т.о., ур.(1) - (3) применяются в области $h_1 \leq r \leq h_2$ и должны решаться с подходящими граничными и начальными условиями, которые мы теперь и рассмотрим.

А. Асимптотический Анализ

Теперь удобно сделать безразмерными ур. (1) - (3), чтобы использовать в своих интересах малые параметры, которые присутствуют в проблеме. При подстановках: $x = L\bar{x}$, $r = h\bar{r}$, $t = (L/U)\bar{t}$, $u = U\bar{u}$, $w = (Uh/L)\bar{w}$, $h_1 = h\bar{h}_1$, $h_2 = h\bar{h}_2$, $m = m_0\bar{m}$, и $p = (m_0UL/h^2)\bar{p}$, где полоса сверху обозначает безразмерную величину, L обозначают типичную длину зоны вытяжки (то есть, расстояние, вдоль которого преформа нагрета печью), h обозначает типичный вытягиваемый капиллярный размер, U обозначает типичную скорость вытяжки, m_0 обозначает типичную вязкость стекла, уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} e^2 \operatorname{Re}[\bar{u}_{\bar{t}} + \bar{u} \cdot \bar{u}_{\bar{x}} + \bar{w} \cdot \bar{u}_{\bar{r}}] &= -\bar{p}_{\bar{x}} + e^2 (2\bar{m}\bar{u}_{\bar{x}})_{\bar{x}} + \frac{1}{\bar{r}} (\bar{m}r\bar{u}_{\bar{r}})_{\bar{r}} + \frac{e^2}{\bar{r}} (\bar{m}r\bar{w}_{\bar{x}})_{\bar{r}} + \frac{e^2 \operatorname{Re}}{\operatorname{Fr}} \\ e^2 \operatorname{Re}[\bar{w}_{\bar{t}} + \bar{u} \cdot \bar{w}_{\bar{x}} + \bar{w} \cdot \bar{w}_{\bar{r}}] &= -\frac{\bar{p}_{\bar{r}}}{e^2} + e^2 (2\bar{m}\bar{w}_{\bar{x}})_{\bar{x}} + \bar{m} \left(\frac{1}{\bar{r}} (r\bar{w})_{\bar{r}} \right)_{\bar{r}} + \bar{m}_{\bar{x}} \bar{u}_{\bar{r}} + 2\bar{m}_{\bar{r}} \bar{w}_{\bar{r}} \\ \bar{u}_{\bar{x}} + \frac{1}{\bar{r}} (r\bar{w})_{\bar{r}} &= 0 \end{aligned}$$

где безразмерные параметры e и числа Reynolds и Froude равны, соответственно:

$$e = \frac{h}{L} \quad \operatorname{Re} = \frac{LUr}{m_0} \quad \operatorname{Fr} = \frac{U^2}{gL}$$

Для параметров конкретного режима, представляющих интерес для этого исследования, длина вытяжки $L = 3$ см, и типичный вытянутый капилляр имеет внешний диаметр (OD) 1 мм. Т.о., $e : 1/30$, поэтому мы рассматриваем e как малый параметр. Мы сохраняем вклады сил тяжести и инерции в уравнениях, потому что они могут быть важными в определенных областях потока, и их сохранение оставляет анализ почти неизменным. Уравнения главного порядка относительно e теперь обладают очевидной формой:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \bar{u}_0(\bar{x}, \bar{t}) + e^2 \bar{u}_1(\bar{x}, \bar{r}, \bar{t}) + \dots \\ \bar{w} &= \bar{w}_0(\bar{x}, \bar{r}, \bar{t}) + e^2 \bar{w}_1(\bar{x}, \bar{r}, \bar{t}) + \dots \\ \bar{p} &= \bar{p}_a + e^2 \bar{P}(\bar{x}, \bar{r}, \bar{t}) + \dots \end{aligned}$$

где \bar{p}_a обозначает безразмерное внешнее давление, определяемое из: $p_a = (m_0UL/h^2)\bar{p}_a$, и

из ур. (3) мы имеем:
$$\bar{w}_0 = -\frac{\bar{r} \cdot \bar{u}_{0\bar{x}}}{2} + \frac{\bar{A}}{\bar{r}},$$

где функция $\bar{A}(\bar{x}, \bar{t})$ должна быть определена. Ограничиваясь порядком e^2 , уравнение

для \bar{x} -момента теперь:
$$\operatorname{Re}(\bar{u}_{0\bar{r}} + \bar{u}_{0\bar{r}} \bar{u}_{0\bar{x}}) + \bar{P}_{\bar{x}} - \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Fr}} - 2(\bar{m}\bar{u}_{0\bar{x}})_{\bar{x}} + \bar{m}\bar{u}_{0\bar{x}\bar{x}} = \frac{1}{\bar{r}} (\bar{m}r\bar{u}_{1\bar{r}})_{\bar{r}} \quad (4)$$

и уравнение для \bar{t} -момента дает:
$$0 = -\bar{P}_{\bar{r}} + \bar{m} \left(\frac{1}{\bar{r}} (r\bar{w}_0)_{\bar{r}} \right)_{\bar{r}}$$

что приводит к $\bar{P}_{\bar{r}} = 0$, так что \bar{P} является функцией только \bar{x} и \bar{t} .

Чтобы решить проблему, нужно задать начальные условия для каждого из неизвестных, и мы должны определить кинематические нормальные, и тангенциальные условия для стресса на двух свободных границах. Кинематические условия составляют просто тот факт, что полная производная на каждой границе является нулевой. Таким образом,

$D(r - h_i(x, t)) / Dt = (\partial_i (\vec{q} \cdot \nabla))(r - h_i(x, t)) = 0$ для $r = h_i(x, t)$ ($i = 1, 2$) и, т.о., в безразмерной форме, мы находим что:

$$\bar{w}_0 = \bar{h}_{1\bar{r}} + \bar{u}_0 \bar{h}_{1\bar{x}} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_1 \quad (5)$$

$$\bar{w}_0 = \bar{h}_{2\bar{r}} + \bar{u}_0 \bar{h}_{2\bar{x}} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_2 \quad (6)$$

Практически, возможно влиять на изготовление капилляров или оптических волокон, которые содержат отверстия, подавая давление в отверстия. Поэтому мы хотели бы включить эту возможность в наше моделирование. Нормальные стрессовые граничные условия должны, т.о., включать, как коэффициент поверхностного натяжения g , так и давление в волоконных отверстиях p_H . Определяя безразмерное давление в волоконных отверстиях через: $p_H = (m_0 U L / h^2) \bar{p}_H$, мы сразу видим, что далее можно записать:

$$\bar{p}_H = \bar{p}_a + e^2 \bar{p}_0,$$

где: \bar{p}_0 - безразмерное избыточное давление в отверстиях. Это масштабирование отражает тот факт, что, если давление в волоконном отверстии не будет в пределах $O(e^2)$ относительно давления окружения, то капилляр или немедленно схлопнется или, наоборот, разорвется.

Нормальные стрессовые граничные условия теперь могут быть заданы. Безразмерный тензор стресса \bar{T} задается из:

$$\bar{T} = \frac{m_0 U}{L} \begin{pmatrix} -\bar{p} / e^2 + 2\bar{m}\bar{u}_{\bar{x}} \bar{m}\bar{u}_{\bar{r}} / e + e\bar{m}\bar{w}_{\bar{x}} \\ \bar{m}\bar{u}_{\bar{r}} / e + e\bar{m}\bar{w}_{\bar{x}} - \bar{p} / e^2 + 2\bar{m}\bar{w}_{\bar{r}} \end{pmatrix}$$

Если мы теперь обозначаем единичную нормаль к $\bar{r} = \bar{h}_i$ ($i = 1, 2$), обращенную наружу через, \hat{n}_i , то безразмерные нормальные стрессовые условия:

$$-\hat{n}_1^T \bar{T} \hat{n}_1 + \frac{\bar{g} m_0 U}{\bar{h}_1 L} = \frac{\bar{p}_h m_0 U}{L e^2} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_1$$

$$-\hat{n}_2^T \bar{T} \hat{n}_2 + \frac{\bar{g} m_0 U}{\bar{h}_2 L} = \frac{\bar{p}_a m_0 U}{L e^2} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_2$$

где безразмерный коэффициент поверхностного натяжения обозначен через: $g = m_0 U e \bar{g}$. Далее мы полагаем, что тангенциальный стресс на обеих границах волокна равен 0. Тогда для $i = 1, 2$: $\hat{t}_i^T \bar{T} \hat{n}_i = 0$, где $\bar{r} = \bar{h}_i$, а \hat{t}_i - соответствующий единичный тангенциальный вектор. Нормальные и тангенциальные стрессовые условия теперь можно выразить в соответствии с формами для \bar{u} , \bar{w} и \bar{p} . Для:

$$\hat{n}_i^T = \frac{(-1)^{i+1}}{\sqrt{1 + e^2 \bar{h}_{i\bar{x}}^2}} (e \bar{h}_{i\bar{x}} - 1) \quad \hat{t}_i^T = \frac{(-1)^{i+1}}{\sqrt{1 + e^2 \bar{h}_{i\bar{x}}^2}} (1, e \bar{h}_{i\bar{x}})$$

мы находим, что:

$$-\frac{\bar{g}}{\bar{h}_1} - \bar{P} + 2\bar{m}\bar{w}_{0\bar{r}} + \bar{p}_0 = 0 \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_1,$$

$$\frac{\bar{g}}{\bar{h}_2} - \bar{P} + 2\bar{m}\bar{w}_{0\bar{r}} = 0 \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_2,$$

$$2\bar{h}_{1\bar{x}} (\bar{u}_{0\bar{x}} - \bar{w}_{0\bar{r}}) - \bar{w}_{0\bar{x}} = \bar{u}_{1\bar{r}} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_1,$$

$$2\bar{h}_{2\bar{x}} (\bar{u}_{0\bar{x}} - \bar{w}_{0\bar{r}}) - \bar{w}_{0\bar{x}} = \bar{u}_{1\bar{r}} \quad \text{при } \bar{r} = \bar{h}_2.$$

Теперь можно вывести замкнутую систему уравнений. Мы интегрируем \bar{x} - момент (ур. 4) по \bar{r} от $\bar{r} = \bar{h}_1$ до \bar{h}_2 , что дает:

$$\frac{(\bar{h}_2^2 - \bar{h}_1^2)}{2} \left[\text{Re}(\bar{u}_{0\bar{r}} + \bar{u}_0 \bar{u}_{0\bar{x}}) + \bar{P}_{\bar{x}} - 2(\bar{m} \cdot \bar{u}_{0\bar{x}})_{\bar{x}} + \bar{m} \cdot \bar{u}_{0\bar{x}\bar{x}} \right] = (\bar{m}\bar{h}_2 \bar{u}_{1\bar{r}}) \Big|_{\bar{h}_2} - (\bar{m}\bar{h}_1 \bar{u}_{1\bar{r}}) \Big|_{\bar{h}_1} \quad (7)$$

Теперь можно вычислить кинематические условия (5) и (6), что дает:

$$(\bar{h}_1^2)_{\bar{r}} + (\bar{h}_1^2 \bar{u}_0)_{\bar{x}} = 2\bar{A} \quad (8)$$

$$(\bar{h}_2^2)_{\bar{r}} + (\bar{h}_2^2 \bar{u}_0)_{\bar{x}} = 2\bar{A} \quad (9)$$

Нормальные и тангенциальные стрессовые граничные условия при $\bar{r} = \bar{h}_1$ и при $\bar{r} = \bar{h}_2$ дают, соответственно:

$$0 = -\frac{\bar{g}}{h_1} - \bar{P} + \bar{p}_0 + \bar{m}(\bar{u}_{0\bar{x}} - \frac{2\bar{A}}{h_1^2}) \quad (10)$$

$$0 = -\frac{\bar{g}}{h_2} - \bar{P} + \bar{m}(\bar{u}_{0\bar{x}} - \frac{2\bar{A}}{h_2^2}) \quad (11)$$

$$\bar{u}_{1\bar{r}}|_{\bar{r}=\bar{h}_1} = 2\bar{h}_{1\bar{x}} \left(\frac{3\bar{u}_{0\bar{x}}}{2} + \frac{\bar{A}}{h_1^2} \right) - \frac{\bar{A}_{\bar{x}}}{h_1} - \frac{\bar{h}_1 \bar{u}_{0\bar{x}\bar{x}}}{2} \quad (12)$$

$$\bar{u}_{1\bar{r}}|_{\bar{r}=\bar{h}_2} = 2\bar{h}_{2\bar{x}} \left(\frac{3\bar{u}_{0\bar{x}}}{2} + \frac{\bar{A}}{h_2^2} \right) - \frac{\bar{A}_{\bar{x}}}{h_2} - \frac{\bar{h}_2 \bar{u}_{0\bar{x}\bar{x}}}{2} \quad (13)$$

Система уравнений теперь замкнута, так как ур. (7), (8), (9) и (10)-(13) составляют 7 уравнений для 7 неизвестных \bar{h}_1 , \bar{h}_2 , \bar{A} , \bar{P} , \bar{u}_0 , $\bar{u}_{1\bar{r}}|_{\bar{r}=\bar{h}_1}$ и $\bar{u}_{1\bar{r}}|_{\bar{r}=\bar{h}_2}$. Эти уравнения можно существенно упростить. Мы рассматриваем ур.(10) и (11) как линейные уравнения для \bar{A} и \bar{P} . Решив их и используя ур. (12) и (13) в ур.(7), мы находим, что уравнения, управляющие вытяжкой капилляров (в безразмерной форме):

$$r(h_2^2 - h_1^2)[u_{0t} + u_0 u_{0x} - g] = [3m(h_2^2 - h_1^2)u_{0x} + g(h_2 + h_1)]_x \quad (14)$$

$$(h_1^2)_t + (h_1^2 u_0)_x = \frac{p_0 h_1^2 h_2^2 - g h_1 h_2 (h_1 + h_2)}{m(h_2^2 - h_1^2)} \quad (15)$$

$$(h_2^2)_t + (h_2^2 u_0)_x = \frac{p_0 h_1^2 h_2^2 - g h_1 h_2 (h_1 + h_2)}{m(h_2^2 - h_1^2)} \quad (16)$$

где p_0 обозначает безразмерное избыточное давление в отверстиях $p_H - p_a$.

Вообще ур. (14) - (16) должны быть решены для заданных начальных условий для \bar{h}_1 , \bar{h}_2 и \bar{u}_{0x} и подчинены соответствующим граничным условиям. Для экспериментальной оснастки, которая использовалась, \bar{h}_2 и \bar{h}_1 были известны наверху в печи при $x = 0$, а скорости подачи U_f и скорости вытяжки U_d были заранее заданы. Граничные условия, т.о.:

$$\begin{aligned} h_1(0, t) &= h_{10} & h_2(0, t) &= h_{20} \\ u_0(0, t) &= U_f & u_0(L, t) &= U_d \end{aligned}$$

Следует также отметить, что, для печи, используемой в описанных ниже экспериментах, температура в горячей зоне, как и предполагали, была постоянной так, что вязкость была независима от x .

В. Решения для установившегося режима.

Поскольку мы желаем адресовать остаток данного исследования процессу производства капилляров, мы рассмотрим только независимые от времени решения для ур. (14) - (16). Если потребуется, то полные неустойчивые версии уравнений могут использоваться для изучения проблем запуска и стабильности процесса.

Независимые от времени решения ур. (14) - (16) составляют обычную проблему граничных значений для двух точек границ, это задача, которая решается только в численной форме. Чтобы это реализовать, можно использовать стандартную программу D02HAF из библиотеки National (Algorithms) Group NAG, в которой используется эффективный метод Runge-Kutta-Merson (см., например, [27]).

Для конкретных капилляров, которые были вытянуты экспериментально, можно сделать упрощения, так что полного обобщения ур. (14) - (16) не потребуется. В частности

можно достигнуть успеха, исследуя порядки величины каждого слагаемого в (14). Мы находим, что вклады инерции и сил тяжести в левой части ур. (14) незначительны. Кроме того, безразмерное отношение $d = gL/(mhU)$ является малым для всех $x \leq L$ и для всех экспериментальных условий (где: h , U и L определены в начале раздела II-A). Т.о., поток является управляемым вязкостью, и мы можем, поэтому, считать ур. (14) - (16) проблемой регулярных возмущений относительно d . Решение уравнений теперь становится простым, и мы находим что:

$$u_0 = U_f e^{bx/L} + \frac{2gL e^{bx/L}}{3mb(h_{20} - h_{10})} \times \left[e^{-bx/2L} - 1 + \left(\frac{x}{L}\right)(1 - e^{-b/2}) \right] \quad (17)$$

$$h_1 = h_{10} e^{-bx/2L} + \frac{gL e^{-bx/L}}{3mbU_f(h_{20} - h_{10})} \times \left[(3h_{20} - h_{10})(1 - e^{bx/2L}) + \left(\frac{h_{10}x}{L}\right)e^{bx/2L}(e^{-b/2} - 1) \right] \quad (18)$$

$$h_2 = h_{20} e^{-bx/2L} + \frac{gL e^{-bx/L}}{3mbU_f(h_{20} - h_{10})} \times \left[(3h_{10} - h_{20})(1 - e^{bx/2L}) + \left(\frac{h_{20}x}{L}\right)e^{bx/2L}(e^{-b/2} - 1) \right] \quad (19)$$

где: $b = \ln(U_d / U_f)$.

По ведущему порядку d температурная зависимость в этой проблеме проявляется только через отношение поверхностного натяжения к вязкости. Уравнения (17) - (19) могут использоваться, чтобы предсказать степень схлопывания в выходной структуре, и подтвердить, что она зависит только от отношения поверхностного натяжения к вязкости. Решение ур. (17)-(19) для возмущения имеет преимущество в том, что феноменологическое поведение решения достаточно очевидно.

Однако, для более общих условий вытяжки, где приближение слабого возмущения, возможно, не приемлемо, и тогда полная проблема граничных значений должна быть рассмотрена.

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ.

Чтобы проверить законность модели, мы выполнили простой эксперимент по вытяжке капилляров. Это было сделано, используя кварцевую трубу с наружным диаметром (OD) 28 мм и внутренним диаметром (ID) 24 мм в качестве преформы. Используемое стекло - Suprasil F300 (Heraeus Amersil, Inc., Duluth, GA 30096) является коммерчески доступным высококачественным типом кварца с низкой концентрацией примесей и обычно используется для производства оптических волокон с низкими потерями.

Преформу нагревали, используя графитовую печь в обычной коммерчески доступной башне (высотой 5м) для вытяжки волокон (Heathway Limited, Wolverton Mill, Milton Keynes MK12 6LA, UK) с горячей зоной более 3 см. Преформа подавалась в печь с постоянной скоростью, а верхний конец трубы оставляли открытым для атмосферы. Датчик диаметра на основе лазера был расположен приблизительно на 1 м ниже выхода печи и использовался для мониторинга диаметра капилляра. Скорость вытяжки фиксировалась, пропуская вытянутые капилляры через пару колес, поверхность которых обработана таким образом, чтобы избежать проскальзывания. Схематическую диаграмму вытяжки показывает рис. 3. В целях данного исследования, были выполнены 24 экспериментальных вытяжки. Скорость подачи U_f варьировали между 2 и 8 мм/мин, скорость вытяжки U_d была от 0.6 до 1.2 м/мин, использовалась температура печи 1900, 1950 и 2000 °C. Как только конкретная комбинация условий вытяжки устанавливалась, процессу позволяли стабилизироваться прежде, чем провести измерения получаемого капилляра. Вследствие относительно большого расстояния между колесами вытяжки и горловиной печи - система стабилизировалась быстрее при более низких температурах из-за быстрого увеличения вязкости с пониженной температурой.

Конечный наружный размер каждого капилляра измеряли, используя микрометр и датчик, в то время как конечный внутренний диаметр определяли, используя оптический ми-

кроскоп. Точность наших измерений была также подтверждена, используя закон сохранения массы, который требует, чтобы, в устойчивом состоянии подачи и вытяжки объем-

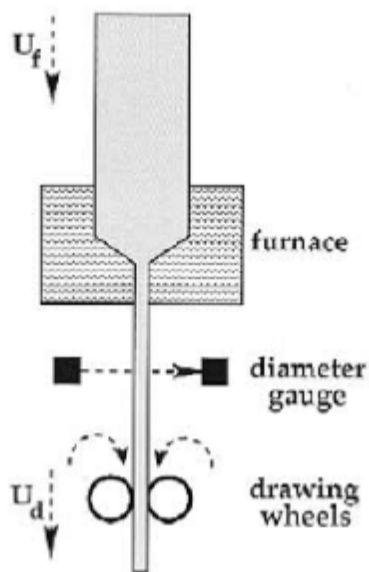


Fig. 3. Schematic diagram of experimental drawing apparatus.

ные потоки стекла были равны. Наши экспериментальные результаты показали лишь малые отклонения от этого требования, с максимальной ошибкой чуть более 5 %, хотя для большинства экспериментов ошибка была меньше 2 %. Это указывает не только на то, что заключительные капиллярные измерения были точными, но также и на то, что процесс стабилизировался в достаточной степени, чтобы проводить измерения.

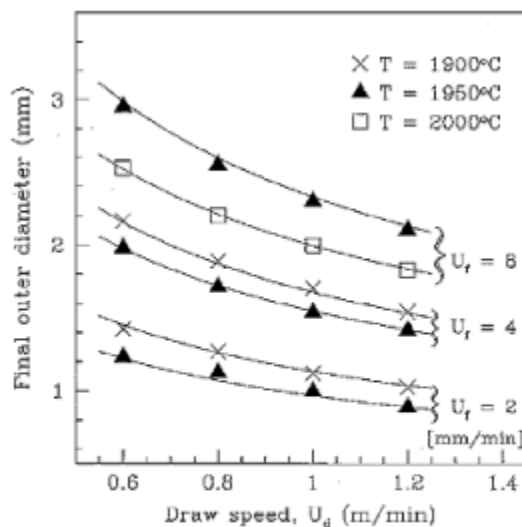


Fig. 4. Experimental results (symbols) and theoretical predictions using (19) for drawn outer capillary diameter as functions of draw speed for a range of furnace temperatures and feed speeds.

Окончательно измеренные OD вытянутых капилляров показаны (символами) как функция скорости вытяжки U_d для диапазона скоростей подачи и температур печи на рис. 4. Рис. 5 показывает соответствующие окончательные внутренние диаметры. Основные тенденции не удивительны - более быстрые скорости вытяжки, более высокие температуры, и более низкие скорости подачи - все приводят к уменьшенным внутренним и внешним размерам капилляров.

Теоретические предсказания из (ур.19) обозначены сплошными линиями на рис.. 4 и 5, и были вычислены следующим образом. Мы устанавливали $x = L = 3$ см в ур. (19) и ис-

пользовали известные экспериментальные значения для U_f , U_d , h_{10} и h_{20} . Требуется еще одна дополнительная информация, а именно, отношение g/m при каждой рабочей темпе-

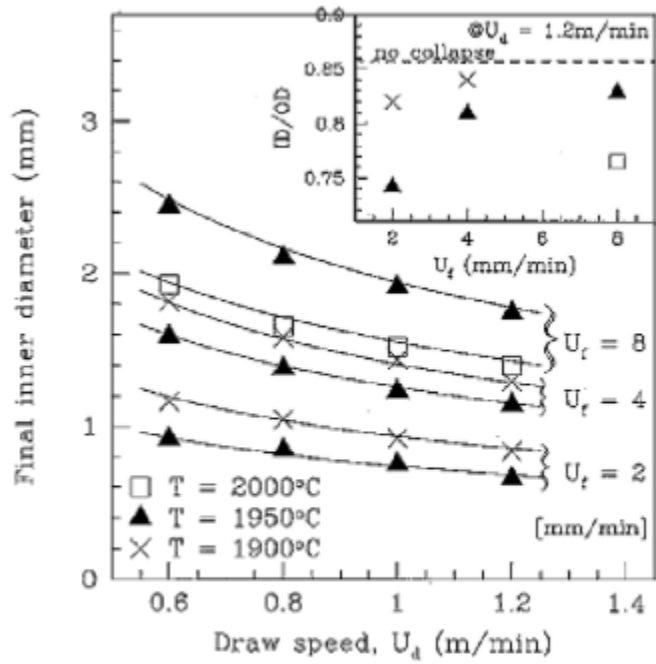


Fig. 5. Experimental results (symbols) and theoretical predictions using (18) for drawn inner capillary diameter as functions of draw speed for a range of furnace temperatures and feed speeds. The inset shows the drawn diameter ratio for draw speed of 1.2 m/min for various furnace temperatures.

ратуре печи. Она недоступна для типа кварца, используемого в наших экспериментах, а именно, для Suprasil F300. Поэтому для каждой температуры печи мы приспособили теоретическую модель к экспериментальным данным, выбирая параметр g/m . Подходящими значениями для 1900, 1950 и 2000°C были $1.606 \times 10^{-6} m/s$, $3.847 \times 10^{-6} m/s$ и $1.116 \times 10^{-5} m/s$, соответственно. Эти значения совместимы с обычным предположением, что в этом режиме поверхностное натяжение является слабой функцией температуры, а вязкость уменьшается по экспоненте с увеличением температуры (см., например [26]). Хотя, как отмечалось ранее, значения для необходимого отношения поверхностного натяжения к вязкости, кажется, недоступны, однако можно сравнить наши подогнанные отношения g/m с опубликованными данными для кварцевого стекла, найденными в [28]. Из [28, стр. 226 и 641] мы находим, соответственно, что $m = 3.7 \times 10^4 kg/m/s$ и $g = 0.3 N/m$ при температуре 2000°C, а $g/m : 8 \times 10^{-6} m/s$, что согласуется с нашей подгонкой. Также можно выполнить расчет для определения энергии активации вязкости, основанный на наших трех точках данных. Предполагая, что поверхностное натяжение является постоянным, мы нашли энергии активации в диапазоне 129-165 ккал/моль. Учитывая все возможные погрешности, это вполне сравнимо с величиной 123 ккал/моль, данной в [28].

Сравнение между теорией и экспериментальными результатами удивительно, подтверждая, что теоретическая модель является мощным инструментом для предсказания вытяжки капилляров. По существу 48 экспериментальных точек на рис. 4 и 5 были теоретически воспроизведены, используя лишь три подгоночных параметра. Следует отметить тот факт, что экспериментальные измерения показали лишь малые отклонения из условия сохранения масс, это означает, что фактически внутренние и внешние диаметры не вполне независимы. Мы заключаем, что при фиксированной температуре теория достаточно хороша в предсказании диаметра капилляров как функции и скорости подачи и вытяжки.

Вставка в рис. 5 показывает, что эксперименты не были с сохранением геометрии, и некоторое схлопывание происходит в сравнении с первоначальным отношением диаметров $24/28 \approx 0.857$. Степень схлопывания была относительно мала. Хотя эксперименты с большими отношениями схлопывания могут быть выполнены, они труднее для управления и более чувствительны к условиям вытяжки. Это, конечно, одна из главных причин для дальнейшего развития теоретической способности моделирования, поскольку это обеспечит понимание чувствительность к схлопыванию как функции параметров режима.

IV. ОБСУЖДЕНИЕ И РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА

В разделе III, мы показали, что теоретические предсказания для вытяжки капилляров хорошо согласуются с экспериментальными результатами. Теоретические методы, развитые здесь могут использоваться для исследования дальнейших аспектов производственного процесса. Например, рассмотрим, как ур. (17) - (19) могут использоваться, чтобы предсказать степень, в которой отверстие схлопывается в течение вытяжки. Мы рассматриваем случай, когда $x = O(L)$, и работает приближение $\exp(b/2) \approx 1$, которое соответствует фактически типичному случаю большого отношения перетяжки. Уравнения (18) и (19) становятся:

$$h_1 = e^{-bx/2L} \left[h_{10} + \frac{gL(-3h_{20} + h_{10}(1-x/L))}{3mbU_f(h_{20} - h_{10})} \right]$$

$$h_2 = e^{-bx/2L} \left[h_{20} + \frac{gL(-3h_{10} + h_{20}(1-x/L))}{3mbU_f(h_{20} - h_{10})} \right]$$

и, определяя отношение схлопывания C в форме: $C = 1 - \frac{h_1 h_{20}}{h_{10} h_2}$, так что полное схлопывание происходит, когда $C = 1$, но геометрия преформы полностью сохранена, если $C = 0$;

при использовании факта, что $d \ll 1$, после множества упрощений мы находим:

$$C = \frac{gL}{mU_f \ln(U_d/U_f)} \left[\frac{h_{10} + h_{20}}{h_{10} h_{20}} \right] \quad (20)$$

Это выражение позволяет нам интерпретировать чувствительность схлопывания к физическим параметрам. Мы отмечаем, сначала, что ур. (20) независимо от x/L по ведущему порядку. Это указывает, что любое схлопывание, которое действительно происходит, идет тогда, когда $x = O(L/b)$ или в верхней части печи. В оставшейся большей части печи, хотя диаметр волокна уменьшается, геометрия волокна остается почти постоянной. Это может казаться противоречащим интуиции, потому что возрастают силы поверхностного натяжения, когда радиус капилляра уменьшается. Хотя это действительно так, приложенное натяжение, вызванное процессом вытяжки, заставляет вязкие силы увеличиваться быстрее с уменьшением капиллярного размера, так, чтобы влияние поверхностного натяжения было самым существенным, когда капилляр имел наибольший диаметр.

Другие производственные выводы также могут быть сделаны из ур. (20). Например, C зависит от скоростей вытяжки и подачи только через величину: $(U_f \ln(U_d/U_f))^{-1}$, следовательно, намного более чувствительно к скорости подачи, чем к скорости вытяжки. Что касается геометрии, то отношение схлопывания C зависит только от величины:

$$\frac{1}{h_{10}} \left(1 + \frac{h_{10}}{h_{20}} \right)$$

и, поэтому, намного более чувствительно к внутреннему диаметру преформы h_{10} , чем к начальному отношению толщины стенки, которое характеризуется h_{10}/h_{20} и может лежать только в диапазоне $0 \leq h_{10}/h_{20} \leq 1$. Длина горячей зоны L диктуется конструкцией печи, и ур.(20) показывает, что схлопывание зависит линейно от L . Схлопывание, следовательно, сравнительно слабо чувствительно к длине горячей зоны. Схлопывание также зависит от

температуры печи, это проявляется через отношение g/m в ур. (20). Наши выше приведенные результаты указывают, что для Suprasil F300, температурное изменение 100 °C приводит к изменению g/m приблизительно в 10 раз; это поведение может считаться типичным для подобных кварцу материалов. Мы заключаем, что относительно скромные температурные изменения приблизительно 10 °C могут уже существенно затронуть отношение схлопывания.

Это дает возможность использовать ур. (18), чтобы предсказать, когда произойдет коллапс, и отверстие в вытянутом капилляре исчезнет полностью. Все еще предполагая, что $\exp(b/2) \gg 1$, мы находим, что условие для коллапса в некотором положении до значения $x = L$ становится:

$$mh_{10}(h_{20} - h_{10})U_f \ln(U_d / U_f) < gLh_{20} \quad (21)$$

Хотя ур. (21) не строго справедливо, вследствие неоднородности малых отношений d в этом предельном случае, при многих обстоятельствах можно ожидать, что ур. (21) дает практическое понимание, когда происходит коллапс.

Другой режим изготовления касается практического интереса изготовления капилляров, в которых сохранена геометрия преформы. В таких случаях, величина C в ур. (20) должна быть малой, и асимптотические приближения, следовательно, особенно точны. Это может быть достигнуто при использовании короткой горячей зоны, низкой температуры, высокой скорости подачи, большого внутреннего диаметра, или любой их комбинации.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Асимптотическая модель механики жидкости была изложена для вытяжки капилляров. Теория не только дает хорошее согласие с экспериментом, но и предлагает ряд качественных и количественных заключений о процессе вытяжки капилляров, которые являются пригодными при изготовлении дырчатых волокон.

Пространство статьи не позволяет полностью обсудить множество путей, которыми модель может быть легко улучшена. В любом случае, ур.(14) - (16) пригодны не только для изготовления капилляров но также и для широкого ряда других практических ситуаций. В других режимах (например, герметизируемые отверстия), другие условия в управляющих уравнениях становятся важными, и другие асимптотические пределы могут быть проанализированы. Модель также с готовностью применима к процессам вытяжки, включающим другие материалы, типа многокомпонентных стекол (см., например [29]).

В настоящее время, теория применяется только к случаю, когда присутствует одно симметрично расположенное круглое отверстие. Анализ может легко быть расширен для исследования стабильности вытяжки симметрического капилляра, а также для исследования эффектов любых небольших асимметрий, которые могут присутствовать в исходной преформе.

Для конфигураций, в которых присутствуют множественные отверстия, как в дырчатом волокне, потеря круговой симметрии делает анализ более сложным. В таких случаях, может использоваться общая методология, впервые изложенная в [30]. Детали применения этого подхода к практическим структурам будут объясняться в дальнейших исследованиях.

Литература

- [1] T. A. Birks, J. C. Knight, and P. St. J. Russell, "Endlessly single-mode photonic crystal fiber," *Opt. Lett.*, vol. 22, pp. 961-963, 1997.
- [2] T. M. Monro, D. J. Richardson, and P. J. Bennett, "Developing holey fibers for evanescent field devices," *Electron. Lett.*, vol. 35, pp. 1188-1189, 1999.
- [3] T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick, and P. J. Bennett, "Holey optical fibers: An efficient modal model," *J. Lightwave Technol.*, vol. 17, pp. 1093-1102, June 1999.
- [4] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, "Optical properties of high-delta air-silica microstructure optical fibers," *Opt. Lett.*, vol. 25, pp. 796-798, 2000.
- [5] J. C. Knight, T. A. Birks, R. F. Cregan, P. St. J. Russell, and J. P. de Sandro, "Large mode area photonic crystal fiber," *Electron. Lett.*, vol. 34, pp. 1347-1348, June 25, 1998.

- [6] T. A. Birks, D. Mogilevtsev, J. C. Knight, and P. S. Russell, "Dispersion compensation using single-material fibers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 11, pp. 674-676, June 1999.
- [7] T. M. Monro, D. J. Richardson, and N. G. R. Broderick, "Efficient modeling of holey fibers," presented at the OFC'99, San Diego, CA, Feb. 21-26, 1999. Paper FG3.
- [8] A. Ferrando, E. Silvestre, J. J. Miret, and P. Andres, "Nearly zero ultraflattened dispersion in photonic crystal fibers," *Opt. Lett.*, vol. 25, pp. 790-792, 2000.
- [9] J. C. Knight, J. Broeng, T. A. Birks, and P. St. J. Russell, "Photonic band gap guidance in optical fibers," *Science*, vol. 282, pp. 1476-1478, 1998.
- [10] M. Key, I. G. Hughes, W. Rooijackers, B. E. Sauer, E. A. Hinds, D.J. Richardson, and P. G. Kazansky, "Propagation of cold atoms along a miniature magnetic guide," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, pp. 1371-1373, 2000.
- [11] M. A. Matovich and J. R. A. Pearson, "Spinning a molten threadline-Steady-state isothermal viscous flows," *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 8, pp. 512-520, 1969.
- [12] J. R. A. Pearson and M. A. Matovich, "Spinning a molten threadline-Stability," *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 8, pp. 605-609, 1969.
- [13] Y. T. Shah and J. R. A. Pearson, "On the stability of nonisothermal fiber spinning," *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 11, pp. 145-149, 1972.
- [14] --, "On the stability of nonisothermal fiber spinning-General case," *Ind. Eng. Chem. Fund.*, vol. 11, pp. 150-153, 1972.
- [15] F. T. Geyling and G. M. Homsy, "Extensional instabilities of the glass fiber drawing process," *Glass Technol.*, vol. 21, pp. 95-102, 1980.
- [16] F. T. Geyling, "Basic fluid dynamic considerations in the drawing of optical fibers," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 55, pp. 1011-1056, 1976.
- [17] J. N. Dewynne, P. D. Howell, and P. Wilmott, "Slender viscous fibers with inertia and gravity," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, vol. 47, pp. 541-555, 1994.
- [18] J. Dewynne, J. R. Ockendon, and P. Wilmott, "On a mathematical-model for fiber tapering," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 49, pp. 983-990, 1989.
- [19] H. Papamichael and I. N. Miaoulis, "Thermal-behavior of optical fibers during the cooling stage of the drawing process," *J. Mater. Res.*, vol. 6, pp. 159-167, 1991.
- [20] S. E. Rosenberg, H. Papamichael, and I. N. Miaoulis, "A 2-dimensional analysis of the viscous problem of a glass preform during the optical-fiber drawing process," *Glass Technol.*, vol. 35, pp. 260-264, 1994.
- [21] Z. L. Yin and Y. Jaluria, "Thermal transport and flow in high-speed optical fiber drawing," *J. Heat Transfer Trans. ASME*, vol. 120, pp. 916-930, 1998.
- [22] P. Gospodinov and A. L. Yarin, "Draw resonance of optical microcapillaries in nonisothermal drawing," *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 23, pp. 967-976, 1997.
- [23] A. L. Yarin, P. Gospodinov, and V. I. Roussinov, "Stability loss and sensitivity in hollow fiber drawing," *Phys. Fluids*, vol. 6, pp. 1454-1463, 1994.
- [24] S. D. Sarboh, S. A. Milinkovic, and D. L. J. Debeljkovic, "Mathematical model of the glass capillary tube drawing process," *Glass Technol.*, vol. 39, pp. 53-67, 1998.
- [25] M. Hucker, I. Bond, A. Foreman, and J. Hudd, "Optimization of hollow glass fibers and their composites," *Adv. Comp. Lett.*, vol. 8, pp. 181-189, 1999.
- [26] S. H.-K. Lee and Y. Jaluria, "Simulation of the transport processes in the neck-down region of a furnace drawn optical fiber," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 40, pp. 843-856, 1997.
- [27] G. Hall and J. M. Watt, Eds., *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. Oxford, U.K.: Clarendon, 1976.
- [28] N. P. Bansal and R. H. Doremus, *Handbook of Glass Properties*. New York: Academic, 1986.
- [29] T. M. Monro, Y. D. West, D. W. Hewak, N. G. R. Broderick, and D.J. Richardson, "Chalcogenide holey fibers," *Electron. Lett.*, vol. 36, pp. 1998-2000, 2000.
- [30] P. D. Howell, "Extensional Thin Layer Flows," Ph.D. dissertation, Oxford Univ., Oxford, U.K., 1994.